

熊谷西高等学校にて 2025/3/4

デジタルネイティブ世代に のための「数学的探究」

愛知教育大学 数学教育講座

飯島康之

yijima@aecc.aichi-edu.ac.jp

0.自己紹介

- 1959年生まれ
- 本庄市で小・中・高校と学び，筑波大学で数学と数学教育を学ぶ
- 1987-1989 上越教育大学 助手
- 1989- 愛知教育大学 (2016-2019 附属高校校長兼務)
- 「図形を動かして数学的に探究する」ための教育用ソフトを開発
いろいろな教育研究・実践をしてきた
 - 初版 Geometric Constructor (DOS版) 1989-
 - 現在 GC/html5 2010-
- 熊谷西高校での出前授業は 10年くらい前から

0.1 私は「楽しんできました」

- 大学での数学は，私にとって知的刺激と発見に満ちあふれていて，とても楽しい日々を過ごしました。
- 幾何学のおもしろさを教育で生かそうとしても「基礎・基本ができていないと楽しめない」現実を知りました。
- その敷居を下げるものとしてソフトを開発すると，敷居を下げるだけでなく，数学的探究の世界が大きく広がることを実感しました。
- 国内のいろいろな（中・高の）先生方とそれを楽しんできました。

0.2 変わらなかった30年

- 「数学」は、「思考」が中心です。
 - 余計な道具がない方がいいことも多いのです。
- 「機器」は揃っていなかった
 - コロナまで、「一人一台」「学校でWiFi」は実現しませんでした。
 - 教科書の内容もほとんど変わりませんでした。
- 「入試」
 - 「大学入試ではコンピュータは使えない」という理由で(?), 特に高校の数学教育でのICT利用はほとんど変わりませんでした。
- SSH
 - SSHは文科省がつくった「特区」です。他の学校ではできないことを先進的に取り組んできた場所です。
- **コロナをきっかけに、いろいろな変化が顕在化しています。**

0.3 高校での日々の学びはそれほど変わらないはずだけど…

- 中学校と大学をつなぐ「高校での学び」は、かなりの量の知識などを吸収しないといけません。
- たとえ、大学入試で総合選抜型が増えたとしても、「**一定の知識・技能や考え方を身につける**」ことの大切さは変わりません。
- でも、次のような大学生では、「？？？」と思うのです。
 - 「言われたことをこなす自信はあります」
 - 「やりたいことは何？好きなことは何？と言われても困ります。」
 - 注目されるのは苦手です。（みんなの前でほめないでください）

1. 「未来からの逆算」

- みなさんが社会で活躍する
- 「10年後以降，社会はどうなっていると思う？」

1.1 私が思うこと

- **労働人口の減少** と想定される二つのストーリー
 - 移民 か ロボット（広い意味で）
- 「若いマンパワーを浪費してはいけない」
- 単純労働はロボット化
 - 事務処理の代わり（すでになかなり実現）
 - 肉体労働の代わり（自動運転・農業,手術,介護,調理,配膳,掃除,・・・）
 - 思考の代わり（AI, ）
 - 模倣的創造の代わり（AI ）
- 「みなさんがやりがいのある活躍の仕方」
- 「おもしろいと感じる」ことは人間に残された砦？

1.2 「デジタル」とのつきあい

- 未来から逆算したら、「うまくデジタルを使いこなす」ことは「当たり前」のこと
 - これまで30年、学校でも社会でもそれは決して「当たり前ではなかった」けど。
- コロナなどをきっかけに「変わり始めた」と私は思います。
 - 社会が変わっていくのには時間がかかります。明治維新のように。
- そういうことに焦点を当てて、数学の話題と取り組んでみる時間にしてみたいと思います。
 - 高校の数学の授業そのものが大きく変わることはないでしょうけど。

2. デジタルとのつきあい方

- -1. 使えない
 - 私たち世代では…, みなさん世代では…
- 0. (あえて) 使わない
 - 使うことで, これまでの生活スタイルが破壊されることから守る
- 1. 「考えず」に利用する (便利)
 - それまでそのために使っていた「時間と労力」を違うことに利用する
- 2. うまく働いているかを「チェック」する
- 3. うまく働くように設計し, 命令 (プログラミング) する
- 4. 新しい使い方 (活用の仕方) を生み出す

2.2 数学でのソフトの接し方

ソフトを使うと「視覚化」などをしてくれる。

「ここから何がわかる？」

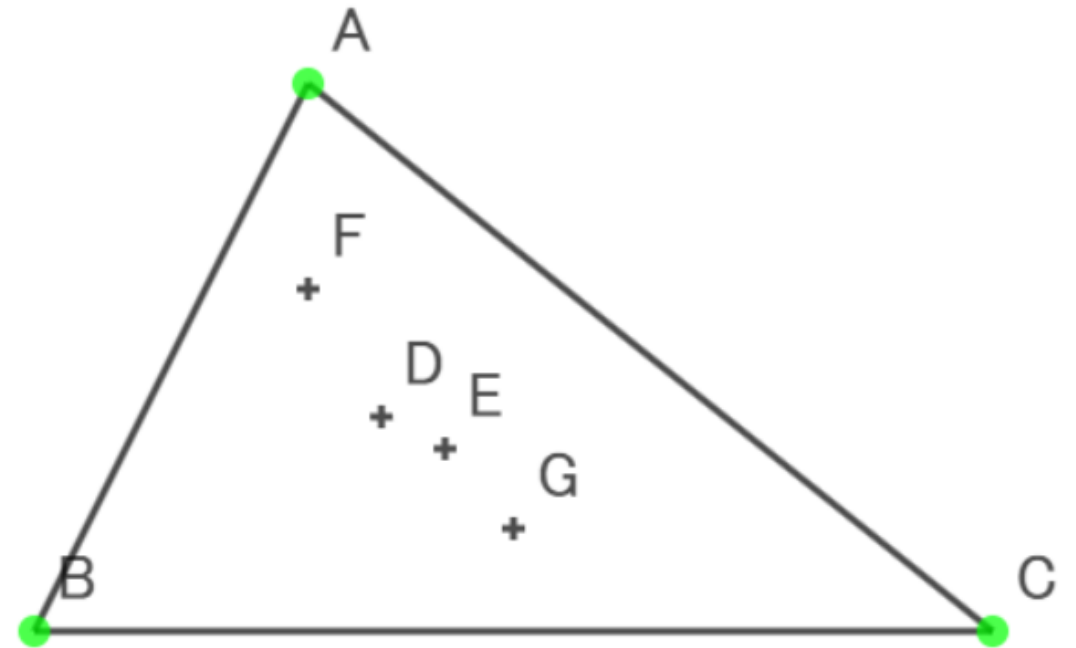
- 0：見なくてもわかること
- 1：見ただけでわかること
- 2：見ない方がいいかもしれないこと
- 3：見ることで気づくこと
- 4：見て、考えて、また調べて、考えて、わかること

2.3 今日のねらい

- ふだんの授業とはちょっと違ったスタンスで、
- ICTを使いながら「数学を探究する」ことを体験してほしい
- 「気づいたことを言語化してみよう」
- 「気づいておしまい」ではない
- 話し合える仲間がいることはすばらしい
 - 「正解」もたしかに重要だけど
- 「おもしろい」「こんなことができるといい」などを期待

3. コンピュータならではの問題

- 「どれがどれ？」
- 三角形に対して、4つの心（外心，内心，重心，垂心）を作図したのですが、「どれがどれか」わからなくなっていました。
- 図形を動かすことで、「どれがどれか」を明らかにしてください。



3.1 浅い探究なら

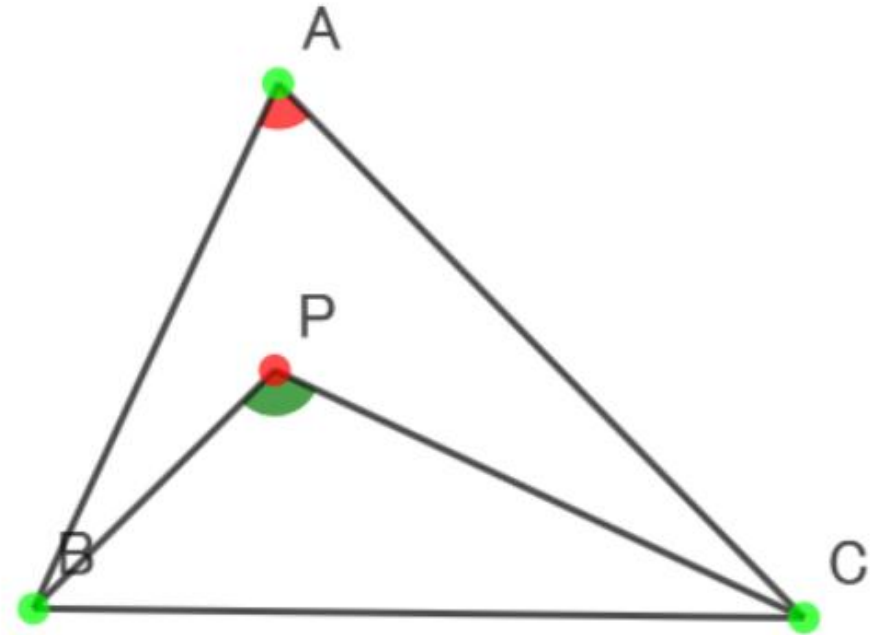
- 「外心・垂心」と「内心・重心」のグループはすぐわかる
 - 「外心・垂心」もすぐわかる
 - 「内心・重心」の区別をつけるには
-
- 特定の形にして，補助線を追加したら一目瞭然

3.2 実はこの図は奥が深い

- 「正三角形なら4点是一致的」はなんとなく当たり前
- 「特定の2点だけが一致」することは「ない」
- 「二つが一致したら正三角形」が証明できるはず
- 実はこの4つは「3つ」と「1つ」ともみえる。
- 初等幾何的には、「特別な場合」の使い方が鍵になる
- ベクトルを使うには、原点のとり方が鍵になる
- 軌跡なども注目に値する

4. 三角形の「心」と二つの角の関係

- 三角形と「心」で構成される図において右図のような二つの角にはどんな関係があるのでしょうか。
- 「いろいろな心」について調べるとしたら、簡単なものも、そうでないものも、意味がないものもありそうです。
 - 「測定」から考えますか？
 - 推論から考えますか？
 - 5心についてチャレンジしてみてください。



4.1 表をつくるなら

- 「設定」→「モード」→「エキスパート」
- 「記録」ボタンを押すと，表に記録される
- 「設定」→「測定値の記録方法」でグラフも自動描画できるようになる
 - でも，「考えない」からよくないかな？

5. シンプルな例に挑戦

- 感じたこと，考えたことを「ことばにしてみよう」
- 「**これ，どう思う？**」
- 「あ，そういう見方もあるね」
「だったらこういうのもある」
- 「こう考えているのかな。」
- 「こいつバカだね」
- 「こう考えることもできるんじゃないかな」



5.1 「動かす」だけでも

- まさか「長方形のときだけ」をイメージしている人はいないでしょう。
- 「どんなときも」成り立つことに、数学は価値をおきますから
- でも、「どんなときも観察しているわけではない」し、「考える必要がなさそう」な場合は考えていないのです。
- 具体的に「そういうのを見せてくれる」「考えるきっかけを与えてくれる」のを、どう生かせるでしょう。

5.2 「測定」

- 精確な「測定」は便利です。
- 「測定をしたがる」学生は多いです。
- 「測定」をしてみると,...どんなことが変わるでしょう。

5.3 「定理」に相当することは？

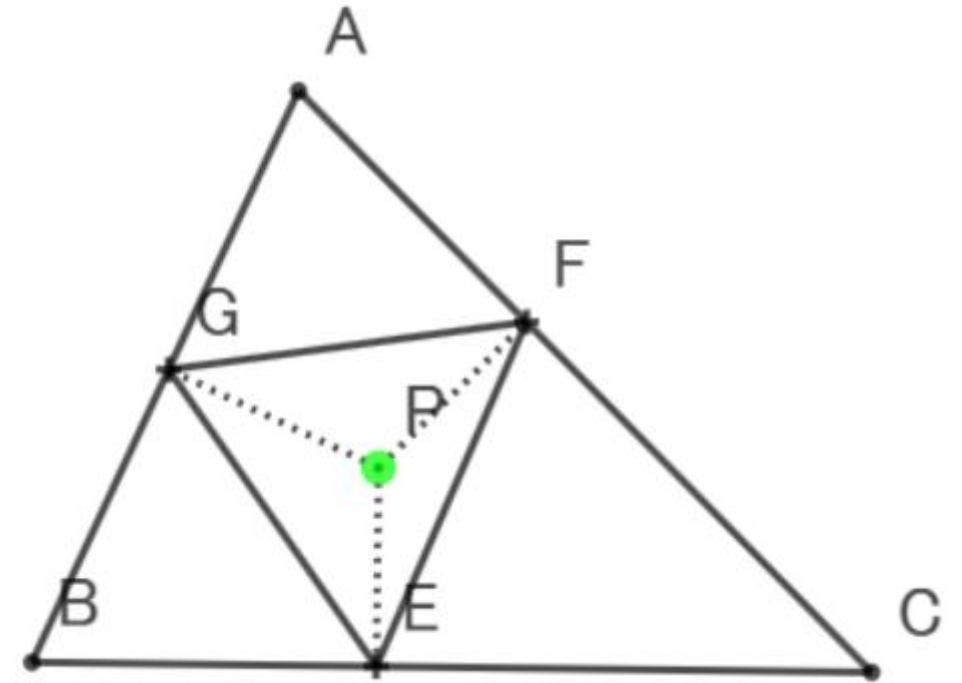
- この図に関して「定理」というほどのことではないかもしれないけど、その「サンプル」と思ってチャレンジしてみてください。

5.4 「あれ？」

- アナログなら気にしないはずのことが気になることもあります。
- 「なに」と「なに」の関係を記録し，調べることが本質的なものでしょう。

6. 何が気になる？

- $\triangle ABC$ があり，動点 P があり， P から 3 辺に下ろした垂線の足を結んで $\triangle EFG$ をつくりました。
- 点 P を動かします。
- どんなことが気になりますか？



7. PCは「有限」のことが多い

- フィボナッチ数列について調べてみたいと思います。
 - 「一の位が0となる」のはどんな場合でしょう。
- Excelがお手軽なのですが、すぐに限界が来てしまいます。
- この話題そのものは高2向けですが、どんなことが起こるか、眺めてみましょうか。
- 「それを乗り越える」にはどうしたらいいでしょう。

7.1 もちろん「いいソフト」もある

- Pythonは、「任意多倍長」です。
- 無限は扱えませんが、必要に応じた長さの整数を扱えるようになっていきます。
- もちろん、計算に必要な時間やメモリ量に限界はありますが。
- 関心がある方はぜひ。

7.2 おすすめ = ウルフラムアルファ

- Mathematicaの機能制限版とでもいいでしょう。
- たとえば, π を100桁調べるには
- `N [P i, 1 0 0]`
- と入力すればいけます。
- 限界を試してみてください。
- そういうことができるなら, どんなことを調べてみたいと思いますか?
- 逆にいえば, 「それが広がらないと, あまり意味がないのです」

7.3 附属の先生と一緒に調べてみたこと

- π の小数表示で出てくる数字の比率は？
- 小数表示でたとえば「0」に続く数字の比率は？
- 素数の一の位に出てくる数字の比率は？
- 「素数の一の位」と「その次の素数の一の位」の関連は？
- WolframAlphaではいくつくらいのデータが限界でしょう。
- Raspberrypiのmathematicaでは100万個くらい扱えたと思います。

7.4 先日こんなことがありました。

- 教職大学院の院生は附属高校で授業をした様子を発表してくれました。
- Grapesというソフトで「いろいろな関数を入力してごらん。どんなグラフになるかな」と生徒に投げかけたらいろいろな関数を試してくれたといって
- $Y = \sin(x^x) - 3x$ をかいたらおもしろいグラフになったと。
- こんなグラフでした。
- それを聞いたある先生が、「おかしいのは違うところじゃないか？」
- どこでしょう，なぜでしょう。